

제 2 교시

수리 영역

나 형

성명		수험 번호							
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--

홀수형

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험 번호를 써 넣고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $3^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{3}{2}} \div 27^{\frac{8}{9}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AX = B$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + a_2 = 10, \quad a_3 + a_4 + a_5 = 45$$

가 성립할 때, a_{10} 의 값은? [2점]

- ① 47 ② 45 ③ 43 ④ 41 ⑤ 39

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 6n + 4} - n)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $2^{\log_2 1 + \log_2 2 + \log_2 3 + \dots + \log_2 10} = 10!$
 ㄴ. $\log_2 (2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \dots \times 2^{10})^2 = 55^2$
 ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3) \dots (\log_2 2^{10}) = 55$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
 ㄴ. $A^2 + A - 2E = O$ 이면 A 는 역행렬을 갖는다.
 ㄷ. $A \neq O$ 이고 $A^2 = A$ 이면 $A = E$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = 2n + \frac{1}{2^n}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 0

8. 다음은 지난해에 어느 회사에서 생산한 두 제품 ㉠과 ㉡의 제품 한 개당 제조원가와 판매 가격 및 그 해 판매량을 나타낸 표이다.

	제품명	㉠	㉡
가격			
제조원가		a_{11}	a_{12}
판매 가격		a_{21}	a_{22}

	판매량	상반기	하반기
제품명			
㉠		b_{11}	b_{12}
㉡		b_{21}	b_{22}

위의 표를 각각 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 와 $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 로

나타내고, 이 두 행렬의 곱 AB 를 $AB = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하자.

제품 한 개당 판매 이익금을 판매 가격에서 제조원가를 뺀 값으로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점]

<보 기>

ㄱ. $a+b$ 는 지난해 상반기에 판매된 제품의 제조원가 총액이다.
 ㄴ. $c+d$ 는 지난해 1년 동안에 판매된 제품의 판매 총액이다.
 ㄷ. $d-b$ 는 지난해 하반기에 판매된 제품의 판매 이익금 총액이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 키가 서로 다른 네 사람이 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 앞에서 세 번째 사람이 자신과 이웃한 두 사람보다 키가 작을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

10. 함수 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$
 ㄴ. $f(x) + f(1-x) = 1$
 ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right) = 50$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 아래 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 n 개의 항

$$\left[\frac{n}{1} \right], \left[\frac{n}{2} \right], \left[\frac{n}{3} \right], \dots, \left[\frac{n}{n} \right]$$

이 n 행에 1열부터 n 열까지 차례로 나열되어 있다. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

	1열	2열	3열	4열	5열	...	n 열	...
1행	1							
2행	2	1						
3행	3	1	1					
4행	4	2	1	1				
5행	5	2	1	1	1			
⋮								
n 행	$\left[\frac{n}{1} \right]$	$\left[\frac{n}{2} \right]$	$\left[\frac{n}{3} \right]$...			$\left[\frac{n}{n} \right]$
⋮								

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. n 행에서 그 값이 1인 항은 $\left[\frac{n+1}{2} \right]$ 개이다.
 ㄴ. 100행에서 그 값이 3인 항은 8개이다.
 ㄷ. 3열에서 그 값이 5인 항은 5개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\sum_{i=1}^{2n+1} \frac{1}{n+i} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} \text{ 이라 할 때,}$$

$a_n > 1$ 임을 보이면 된다.

(1) $n=1$ 일 때 $a_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > 1$ 이다.

(2) $n=k$ 일 때 $a_k > 1$ 이라고 가정하면

$n=k+1$ 일 때

$$a_{k+1} = \frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \dots + \frac{1}{3k+4}$$

$$= a_k + \left(\frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+3} + \frac{1}{3k+4} \right) - \boxed{\text{(가)}}$$

한편, $(3k+2)(3k+4) \boxed{\text{(나)}} (3k+3)^2$ 이므로

$$\frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+4} > \boxed{\text{(다)}}$$

그런데 $a_k > 1$ 이므로

$$a_{k+1} > a_k + \left(\frac{1}{3k+3} + \boxed{\text{(다)}} \right) - \boxed{\text{(가)}} > 1$$

그러므로 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$a_n > 1$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-----------------|-----|------------------|
| ① | $\frac{1}{k+1}$ | $>$ | $\frac{2}{3k+3}$ |
| ② | $\frac{1}{k+1}$ | $<$ | $\frac{2}{3k+3}$ |
| ③ | $\frac{1}{k+1}$ | $<$ | $\frac{4}{3k+3}$ |
| ④ | $\frac{2}{k+1}$ | $>$ | $\frac{4}{3k+3}$ |
| ⑤ | $\frac{2}{k+1}$ | $<$ | $\frac{1}{k+1}$ |

13. 다음은 신뢰구간, 신뢰도, 표본의 크기의 관계를 설명한 것이다.

정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단이 있다.
 이 모집단에서 크기 n 인 표본을 임의추출하면
 표본평균은 정규분포 $\boxed{\text{(가)}}$ 을 따른다.
 이 표본평균의 분포를 이용하여 추정한 모평균 m 에
 대한 신뢰도 α 의 신뢰구간을 $a \leq m \leq b$ 라 하자.
 표본의 크기를 n 으로 고정하고 신뢰도를 α 보다 높게
 한 신뢰구간을 $c \leq m \leq d$ 라 할 때, $d-c$ 는 $b-a$ 보다
 $\boxed{\text{(나)}}$.
 한편, 신뢰도를 α 로 고정하고 표본의 크기를 $2n$ 으로
 한 신뢰구간을 $e \leq m \leq f$ 라 할 때, $f-e$ 는 $b-a$ 의
 $\boxed{\text{(다)}}$ 배가 된다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------------------------------------|-----|----------------------|
| ① | $N(m, \sigma^2)$ | 크다 | $\frac{1}{2}$ |
| ② | $N(m, \sigma^2)$ | 작다 | $\frac{1}{2}$ |
| ③ | $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ | 크다 | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |
| ④ | $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ | 크다 | $\sqrt{2}$ |
| ⑤ | $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ | 작다 | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |

14. 여덟 개의 a 와 네 개의 b 를 모두 사용하여 만든 12자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는? [4점]

- (가) b 는 연속해서 나올 수 없다.
 (나) 첫째 자리 문자가 b 이면 마지막 자리 문자는 a 이다.

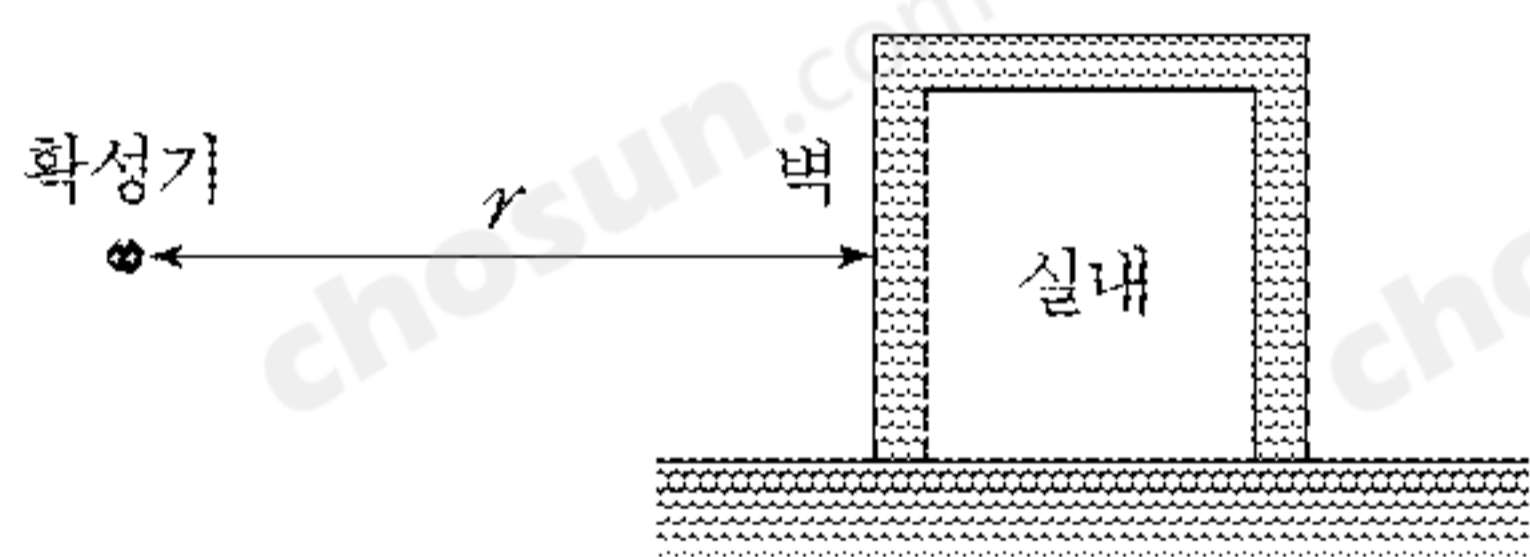
- ① 70 ② 105 ③ 140 ④ 175 ⑤ 210

15. 소리가 건물의 벽을 통과할 때, 일정 비율만 실내로 투과되고 나머지는 반사되거나 흡수된다. 이때, 실내로 투과되는 소리의 비율을 투과율이라 한다. 확성기의 음향출력이 W (와트)일 때, 투과율이 α 인 건물에서 r (m)만큼 떨어진 지점에 있는 확성기로부터 실내로 투과되는 소리의 세기 P (데시벨)는 다음과 같다.

$$P = 10 \log \frac{\alpha W}{I_0} - 20 \log r - 11$$

(단, $I_0 = 10^{-12}$ (와트/㎡)이고 $r > 1$ 이다.)

확성기에서 음향출력이 100(와트)인 소리가 나오고 있다. 투과율이 $\frac{1}{100}$ 인 건물의 실내로 투과되는 소리의 세기가 59(데시벨) 이하가 되게 할 때, 확성기와 건물 사이의 최소 거리는? (단, 소리는 공간으로 골고루 퍼져나가고, 투과율 이외의 다른 요인은 고려하지 않는다고 가정한다.) [4점]



- ① 10^2 m ② $10^{\frac{17}{8}}$ m ③ $10^{\frac{13}{6}}$ m
 ④ $10^{\frac{9}{4}}$ m ⑤ $10^{\frac{5}{2}}$ m

16. 다음은 어느 백화점에서 판매하고 있는 등산화에 대한 제조회사별 고객의 선호도를 조사한 표이다.

제조회사	A	B	C	D	계
선호도(%)	20	28	25	27	100

192명의 고객이 각각 한 켤레씩 등산화를 산다고 할 때, C 회사 제품을 선택할 고객이 42명 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6915 ② 0.7745
 ③ 0.8256 ④ 0.8332
 ⑤ 0.8413

17. 총 인구에서 65세 이상 인구가 차지하는 비율이 20% 이상인 사회를 '초고령화 사회'라고 한다. 2000년 어느 나라의 총 인구는 1000만 명이고 65세 이상 인구는 50만 명이였다. 총 인구는 매년 전년도보다 0.3%씩 증가하고 65세 이상 인구는 매년 전년도보다 4%씩 증가한다고 가정할 때, 처음으로 '초고령화 사회'가 예측되는 시기는? (단, $\log 1.003 = 0.0013$, $\log 1.04 = 0.0170$, $\log 2 = 0.3010$) [4점]

- ① 2048년 ~ 2050년 ② 2038년 ~ 2040년
 ③ 2028년 ~ 2030년 ④ 2018년 ~ 2020년
 ⑤ 2008년 ~ 2010년

단답형

18. 이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 두 행렬의 곱 $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

19. 연립부등식
$$\begin{cases} \log_3 |x-3| < 4 \\ \log_2 x + \log_2(x-2) \geq 3 \end{cases}$$

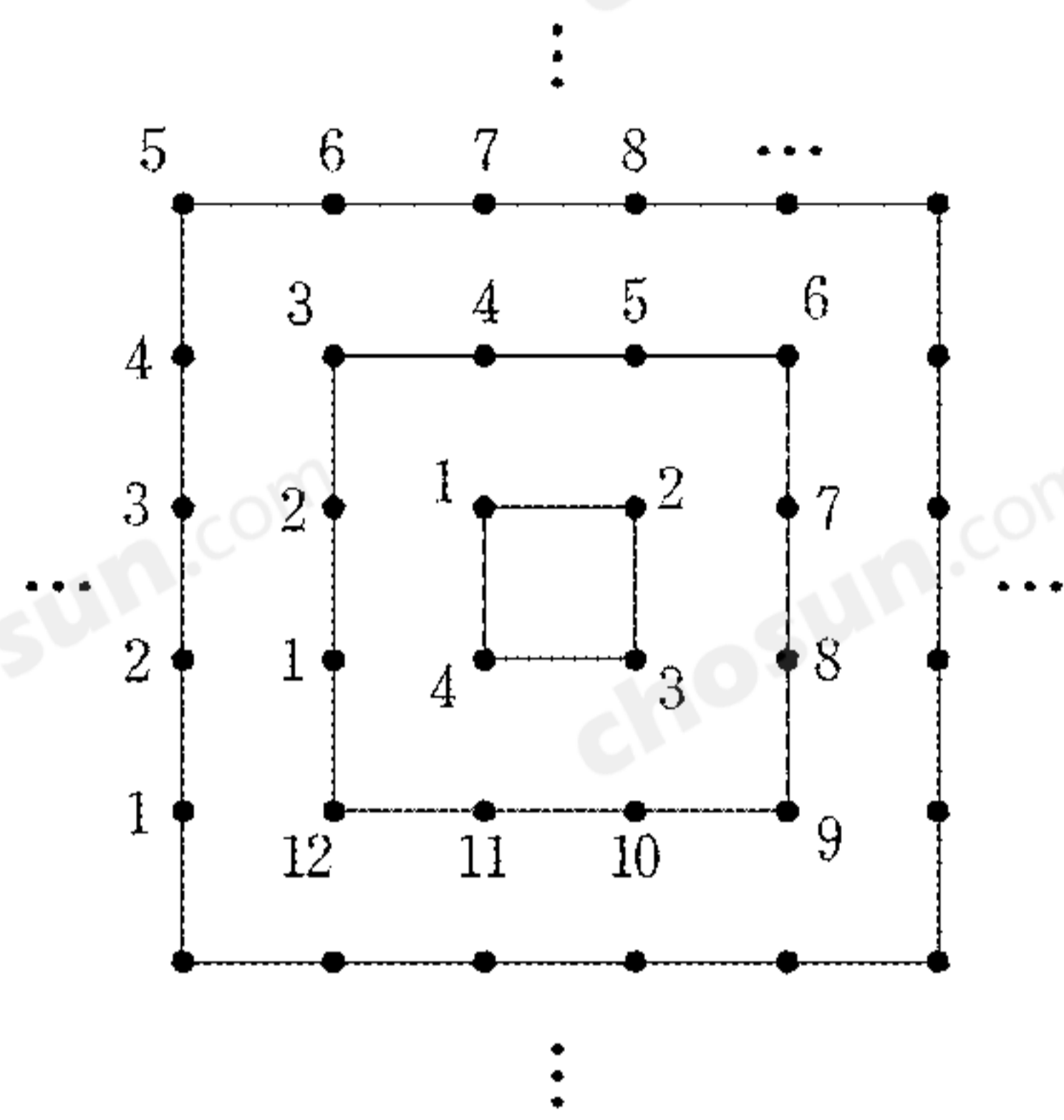
을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

20. 확률변수 X 의 확률분포표가 아래와 같을 때, 확률변수 $Y = 10X + 5$ 의 분산을 구하시오. [3점]

X	0	1	2	3	계
$P(X)$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	1

21. 공비가 r 이고 $a_2 = 1$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 10 항까지의 곱을 $\omega = a_1 a_2 a_3 \cdots a_{10}$ 이라 할 때, $\log_r \omega$ 의 값을 구하시오. (단, $r > 0$ 이고 $r \neq 1$ 이다.) [3점]

22. 한 변의 길이가 각각 $1, 3, 5, \dots, 2n-1, \dots$ 인 정사각형의 변과 꼭지점에 아래 그림과 같이 일정한 간격으로 자연수가 규칙적으로 배열되어 있다. 이때, 각 정사각형에서 1은 왼쪽 아래 꼭지점 바로 위에 놓여 있다.

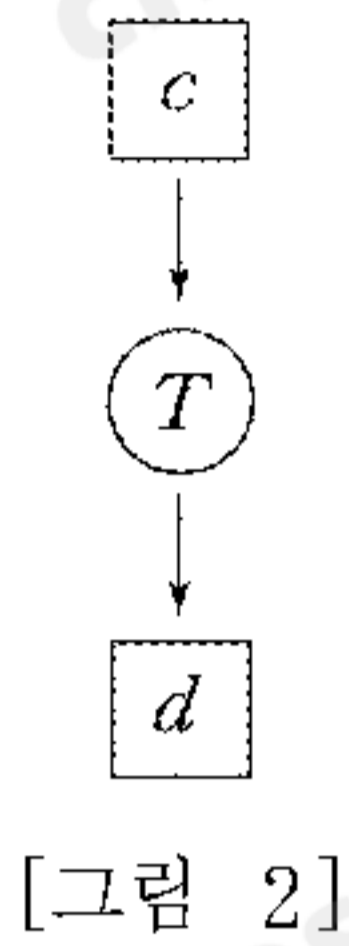
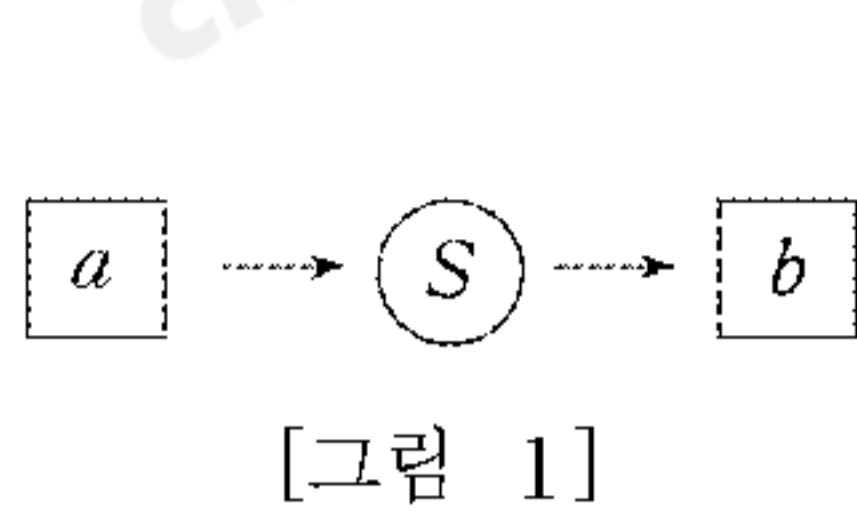


각 정사각형의 네 꼭지점에 놓이는 자연수를 성분으로 하는 이차정사각행렬을 차례로 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ 이라 하자.

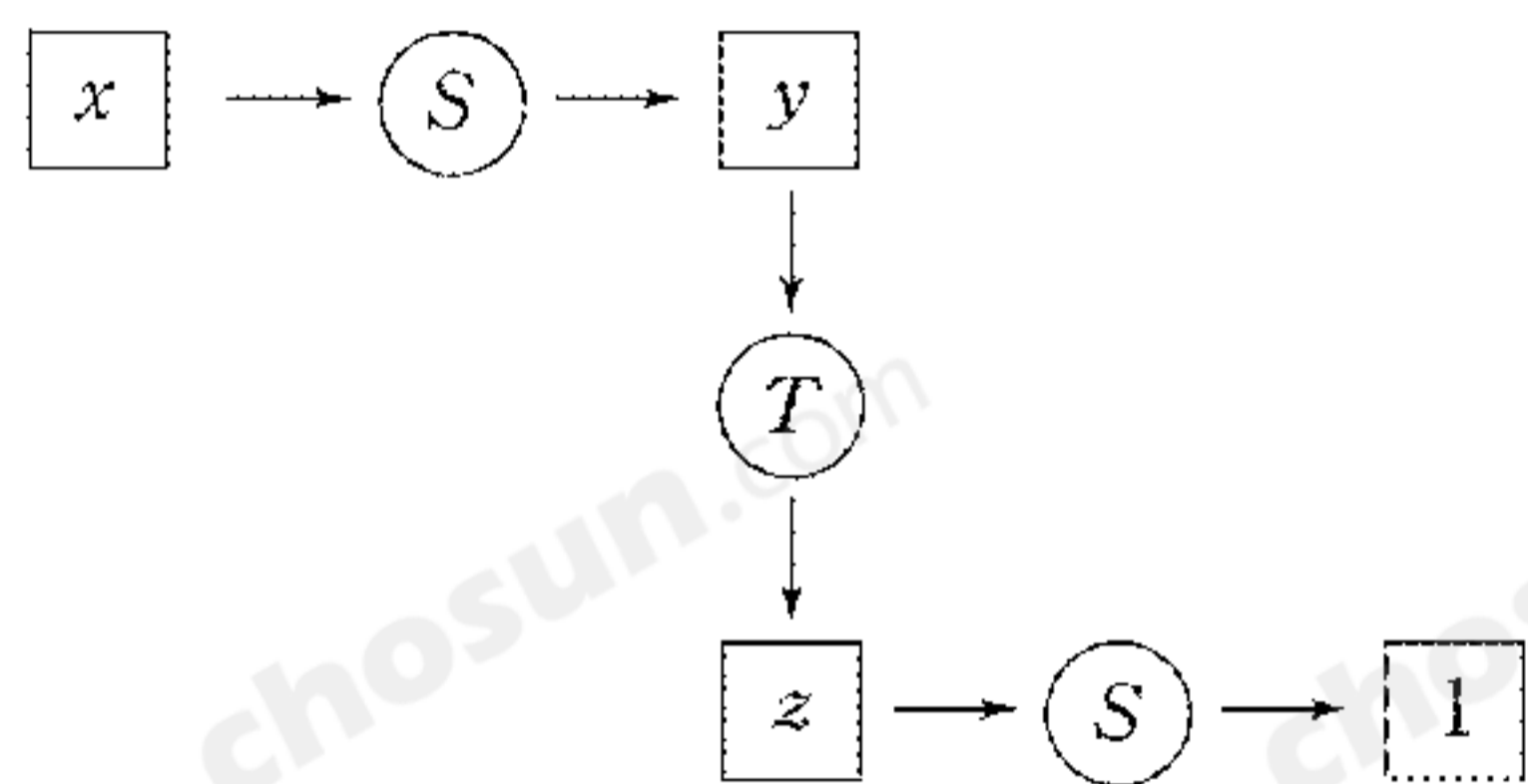
예를 들면, $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 9 \end{pmatrix}$ 이다.

행렬 A_{15} 의 모든 성분의 합을 구하시오. [4점]

23. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여 $b = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a}\right)^n$ 을 [그림 1]과 같이 나타내고, 실수 c 에 대하여 $d = 16^c$ 을 [그림 2]와 같이 나타내기로 한다.



아래 그림의 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{xz}{y}$ 의 값을 구하시오. [4점]



24. 다음은 어느 회사에서 전체 직원 360명을 대상으로 재직 연수와 새로운 조직 개편안에 대한 찬반 여부를 조사한 표이다.

(단위: 명)

재직 연수 \ 찬반 여부	찬성	반대	계
10년 미만	a	b	120
10년 이상	c	d	240
계	150	210	360

재직 연수가 10년 미만일 사건과 조직 개편안에 찬성할 사건이 서로 독립일 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

25. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형을 A_1 이라 하자.

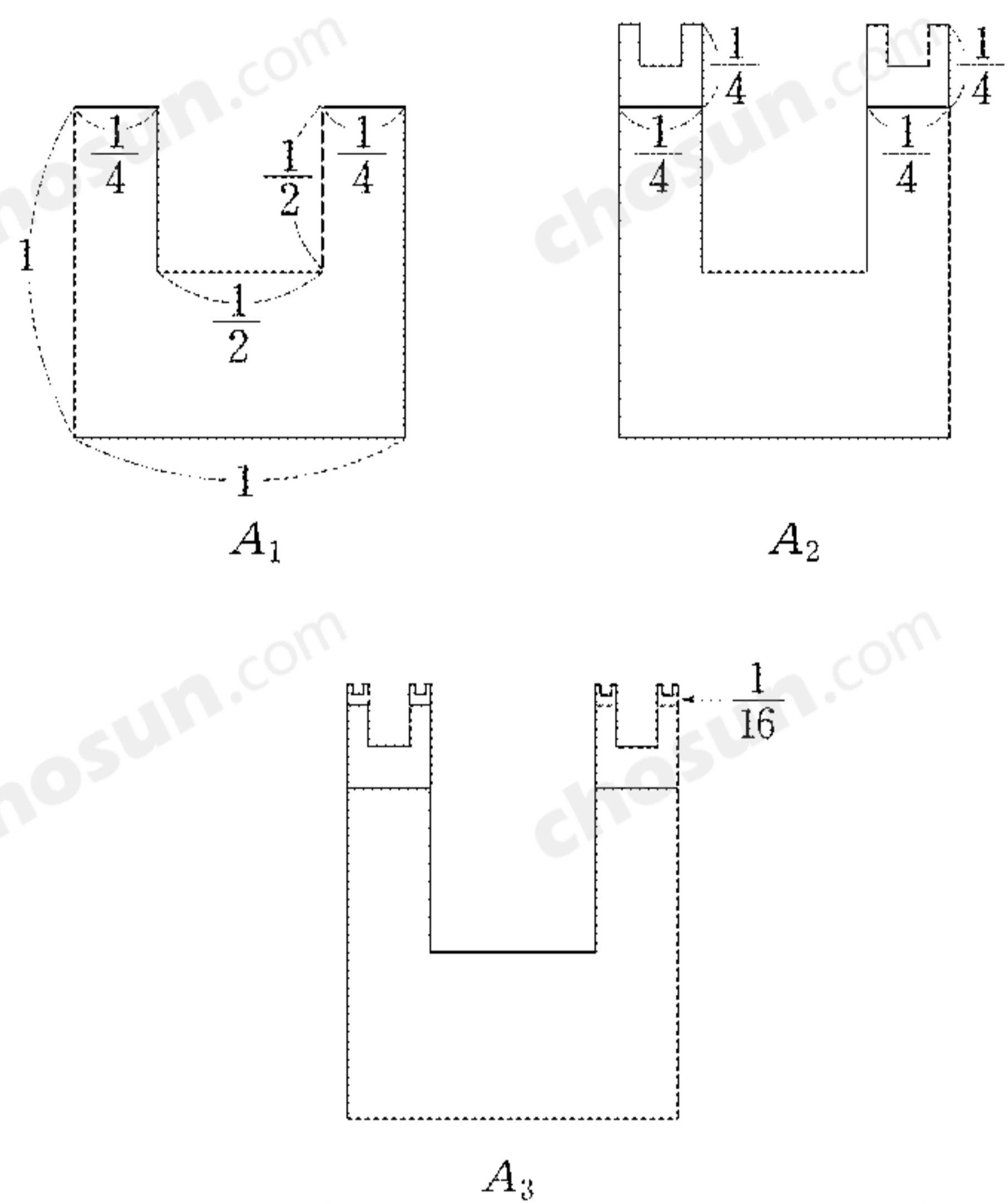
한 변의 길이가 $\frac{1}{4}$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{8}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형 2개를 A_1 의 위쪽 두 변에 각각 붙인 도형을 A_2 라 하자.

한 변의 길이가 $\frac{1}{16}$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{32}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형 4개를 A_2 의 위쪽 네 변에 각각 붙인 도형을 A_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 도형을 A_n 이라 하고 그 넓이를 S_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



5지선다형

26. 무한등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 도 수렴한다.

ㄴ. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 발산하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 도 발산한다.

ㄷ. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n + \frac{1}{2}\right)$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

27. 상용로그의 지표가 2인 수 중에서 가장 큰 정수를 a , 상용로그의 지표가 -2 인 수 중에서 가장 작은 수를 b 라 할 때, ab 의 값은? [4점]

- ① 0.9 ② 0.99 ③ 1 ④ 9.99 ⑤ 10

28. 이차함수 $f(x) = 3x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $P(n, f(n))$ 과 $Q(n+1, f(n+1))$ 사이의 거리를 a_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [4점]

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

29. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 한 주사위 눈의 수가 다른 주사위 눈의 수의 배수가 될 확률은? [4점]

- ① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{11}{18}$ ④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

단답형

30. 1, 2, 2, 4, 5, 5를 일렬로 배열하여 여섯 자리 자연수를 만들 때, 300000보다 큰 자연수의 개수를 구하십시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.